

Kanonische Momente von matrixwertigen Massen auf dem Einheitskreis 2009 - 2010

Unter einem matrixwertigen Maß μ auf dem Einheitskreis versteht man eine Abbildung, die jeder Borel Menge A des Einheitskreises $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$ eine nichtnegativ definite Matrix $\mu(A) = (\mu_{ij}(A))_{i,j=1,\dots,p}$ zuordnet, wobei die Größen μ_{ij} ($i, j = 1, \dots, p$) endliche signierte Maße auf dem Einheitskreis bezeichnen sollen. Bereits im skalaren Fall ($p = 1$) existieren substantielle Unterschiede in der Momententheorie und der Theorie der orthogonalen Polynome zwischen Maßen auf der reellen Achse und Maßen auf dem Einheitskreis. Diese werden in den beiden kürzlich erschienenen Monographien von Barry Simon (2004) ausführlich diskutiert. Es ist zu erwarten, dass sich eine ähnlich reichhaltige Theorie mit vielen Beziehungen zu anderen Gebieten der Mathematik für den Fall matrixwertiger Maße ergibt.

In dem geplanten Forschungsvorhaben soll die Theorie der kanonischen Momente von matrixwertigen Maßen auf dem Einheitskreis entwickelt und verschiedene Anwendungen untersucht werden. Zunächst sollen Eigenschaften des Momentenraums von matrixwertigen Maßen auf dem Einheitskreis diskutiert werden, um anschließend eine geeignete Definition von kanonischen Momenten zu erarbeiten, die den eindimensionalen Fall ($p = 1$) sinnvoll erweitert [vgl. Dette und Studden (1997), Kapitel 9 für den Fall skalarwertiger Maße]. Weitere Untersuchungen betreffen Charakterisierungen von orthogonalen Polynomen bzgl. matrixwertiger Maßen auf dem Einheitskreis durch Eigenschaften der Koeffizienten in den zugehörigen Rekursionen für die matrixwertigen Orthogonalpolynome, Geronimus Relationen und Kettenbruchentwicklungen der Stieltjes Transformierten von matrixwertigen Maßen auf dem Einheitskreis. Als Anwendungen in der Stochastik sollen insbesondere die folgenden Bereiche untersucht werden:

- Multivariate Zeitreihenanalyse (stationäre Prozesse mit matrixwertigen Spektralmaßen)
- Zufällige matrixwertige Momentenfolgen matrixwertiger Maße und ihr asymptotisches Verhalten
- Optimale Versuchsplanung für Fourier Regressionsmodelle mit quantitativen Faktoren