Hans U. Simon
Malte Darnstädt

Bochum, den 2.06.2010
Abgabe bis zum 9.06. in der Übung

Übungen zur Vorlesung

Komplexitätstheorie

Sommer 2010

Übungsblatt 6

Aufgabe 6.1

Zeige, dass für jedes $i \geq 1$ die Sprachen $\Sigma_i^p\,$SAT bzw. $\Pi_i^p\,$SAT unter polynomieller Reduktion für die Klassen $\mathbf{\Sigma_i^p}$ bzw. $\mathbf{\Pi_i^p}$ vollständig sind.

Aufgabe 6.2

Beweise, dass für jedes $i \geq 0$ die Klassen $\mathbf{\Sigma_i^p}$ und $\mathbf{\Pi_i^p}$ unter Vereinigung und Durchschnitt abgeschlossen sind.

Aufgabe 6.3

Beweise: $\mathrm{NTIME}(n) \not\subseteq \mathrm{DTimeSpace}(n^c, n^d)$ für beliebige $c, d > 0$ mit $c(c+d) < 2$

Aufgabe 6.4

Die Klasse DP sei definiert als die Menge der Sprachen L so dass zwei Sprachen $L_1 \in \mathrm{NP}$ und $L_2 \in \text{co-NP}$ existieren mit $L = L_1 \cap L_2$. (DP bitte nicht mit $\mathrm{NP} \cap \text{co-NP}$ verwechseln!) Zeige:

a) EXACT INDSET $\in$ DP

b) $\mathrm{DP} \subseteq \mathbf{\Sigma_2^p} \cap \mathbf{\Pi_2^p}$

c) EXACT INDSET ist vollständig für DP (unter polynomiellen Reduktionen)

EXACT INDSET
Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$
Frage: Hat die größte unabhängige Knotenmenge von G genau die Mächtigkeit k, d.h. enthält die größte Teilmenge $V' \subseteq V$, so dass für alle Paare $u, v \in V'$ gilt $\{u, v\} \notin E$, genau k Elemente?

Hinweis zu Teil c): Zeige zuerst, dass folgende Sprache DP-schwer ist, und reduziere diese Sprache auf EXACT INDSET:

$$\text{SAT-}\overline{\text{SAT}} := \{(\varphi, \psi) \mid \varphi \in \text{SAT und } \psi \in \overline{\text{SAT}}\}$$