



KLAUSUR

Mathematik für Ökonomen

Analysis

12.7.2001 (SS 2001)

Name	
Vorname	
Teilnehmer-Nr.	

Zur Beachtung

Die Klausur umfaßt 9 Aufgaben; pro Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.

Es haben nur solche Lösungen Anspruch auf Wertung, aus denen der Lösungsweg klar ersichtlich ist.

Dauer der Klausur: 90 Minuten

Hilfsmittel: keine

Bitte nicht ausfüllen

Punkte	Note	Unterschrift
--------	------	--------------

Aufgabe 1



Ein Betrag von 1000 DM soll angelegt werden.

Wie hoch ist das Kapital nach 3 Jahren in jeder der drei folgenden Anlageformen, wenn die Zinsen bzw. der Bonus dem Konto jeweils am Ende eines Jahres gutgeschrieben und mitverzinst werden?.

Welche Rendite (effektive Verzinsung) erzielt man bei den Anlageformen (b) bzw. (c) ?

Alternative Anlageformen:

- (a) Sparbrief mit einer Verzinsung von 4 % ;
- (b) Bundesschatzbrief mit einer Verzinsung von 2,6 % im 1. Jahr, 4,1 % im 2. Jahr und 5,6 % im 3. Jahr ;
- (c) Bonussparen mit 2 %-iger Verzinsung und einem jährlichen Bonus von 20 DM.

Lösung:

$1,02^3 = 1,06121$	$1,04^3 = 1,12486$	$1,041^3 = 1,12811$	$e^{0,06} = 1,06184$	$e^{0,12} = 1,1275$	$1,026 \cdot 1,041 \cdot 1,056 = 1,12788$
$1,02 \cdot 61,21 = 62,43$	$\sqrt[3]{1,1275} = 1,0408$	$\sqrt[3]{1,06184} = 1,0202$	$\sqrt[3]{1,12242} = 1,0392$	$\sqrt[3]{1,12788} = 1,0409$	$\sqrt[3]{1,12364} = 1,0396$

Aufgabe 2

A 2



Bestimmen Sie – sofern existent – die globalen Extrema der Funktion $f(x) = e^{\frac{1}{3}x^3 - x}$.

Lösung:

Aufgabe 3

A 3



Die Produktionskosten K in Abhängigkeit der hergestellten Menge x belaufen sich auf $K(x) = x\sqrt{x} + 500$.
Bei welcher Produktionsmenge x_0 werden die Stückkosten minimal?

Wie hoch sind Kosten und Stückkosten in diesem Fall?

Lösung:

Aufgabe 4

A 4



Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x^5-1}{x-1}$ und eine Stelle $x_0 = 1$.

(a) Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $f'(x)$ und $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x)$.

(b) Wie lautet das Taylor-Polynom ersten Grades (Tangente) von f , entwickelt an der Stelle x_0 ?

Lösung:

Aufgabe 5

A 5



- (a) Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der Funktionen

$$f(x) = x^3 - 13x^2 - 45x + 225, \quad g(x) = \sqrt[3]{(3x+1)^2}, \quad h(x) = 3^{x^2+1} - e^{2x-1} + 4.$$

- (b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens ausgehend vom Startwert $x_0 = 0$ für die obige Funktion f die beiden Iterationswerte x_1 und x_2 .

Lösung:

Aufgabe 6

A 6



Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y,z) = x(y+2z-6)+y(1-z)$ auf lokale Extrema bzw. Sattelpunkte.

Lösung:

Aufgabe 7

A 7



- (a) Ist die Funktion $f(x, y) = \sqrt[3]{\frac{2x^4 + y^4}{2x + y}}$ homogen? Wenn ja, von welchem Grade? (Rechnung!)
- (b) Bestimmen Sie die beiden partiellen Elastizitäten!
- (c) Um wie viel % ändert sich der aktuelle Funktionswert $f(x_0, y_0)$ für $x_0 = y_0 = 10$ näherungsweise, wenn jede Variable ceteris paribus um 3 % erhöht wird?
- (d) Um wie viel % ändert sich der aktuelle Funktionswert exakt, wenn beide Variablen gleichzeitig um 3 % erhöht werden? (Begründung!)

Lösung:

Aufgabe 8

A 8



Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f(x,y) = x+y$ unter der Nebenbedingung $x^2+xy+y^2 = 3$.

Lösung:

Aufgabe 9

A 9



Berechnen Sie das Integral $\int_1^8 \int_0^1 \frac{\sqrt{y}}{\sqrt[3]{x}} dy dx$.

Lösung: