RUHR - UNIVERSITÄT BOCHUM

Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

KLAUSUR

Mathematik für Ökonomen

Analysis

18.7.2002   (SS 2002)

Name	
Vorname	
Teilnehmer-Nr.	

Zur Beachtung

Die Klausur umfaßt 9 Aufgaben; pro Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.
Es haben nur solche Lösungen Anspruch auf Wertung, aus denen der Lösungsweg klar ersichtlich ist.

Dauer der Klausur: 90 Minuten

Hilfsmittel: keine

Bitte nicht ausfüllen

Punkte	Note	Unterschrift

A 1

Aufgabe 1

(a) Auf ein Rentenkonto werden zu Beginn jeden Quartals 1000 € eingezahlt. Die Verzinsung beträgt 4 % nominal. Die Zinsen werden dem Konto am Ende jeden Quartals gutgeschrieben.
Wie hoch ist das Guthaben am Ende des 35. Jahres ?

(b) Dieses Guthaben dient nach Ablauf der 35 Jahre zur Zahlung einer Rente. Zu Beginn jeden Quartals werden 5000 € entnommen. Die Verzinsung beträgt weiterhin 4% nominal bei quartalsweiser Zinszahlung.
Nach wie vielen Quartalen ist das Kapital aufgebraucht ?

$1{,}04^{35} = 3{,}946$	$101\cdot(1{,}01^{140}-1) = 305{,}737$	$e^{1,4} = 4{,}055$	$1{,}01^{140} = 4{,}027$	$1{,}04\cdot\frac{1{,}04^{35}-1}{0{,}04} = 76{,}60$	$1{,}04^{140} = 242{,}475$
$\frac{130}{130-76{,}60} = 2{,}4345$	$\frac{\ln(2{,}4345)}{\ln(1{,}04)} = 22{,}69$	$\frac{\ln(2{,}4345)}{\ln(1{,}01)} = 89{,}42$	$\frac{\ln(2{,}5343)}{\ln(1{,}04)} = 23{,}71$	$\frac{505}{505-305{,}737} = 2{,}5343$	$\frac{\ln(2{,}5343)}{\ln(1{,}01)} = 93{,}46$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie – sofern existent – die globalen Extrema der Funktion $f(x) = \begin{cases} f_l(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 6 & \text{für} \quad 0 \leq x \leq 3 \\ f_r(x) = -\frac{1}{9}x^3 + x^2 - 3x + 3 & \phantom{\text{für}} \quad 3 < x \leq 6 \end{cases}$.

Aufgabe 3

Der Verkaufspreis eines Produktes beträgt 15 € pro Stück; die Produktionskosten K in Abhängigkeit der hergestellten Menge x sind gegeben durch die Funktion $K(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}} + 100.$

Bei welcher Produktionsmenge x_0 wird der Gewinn maximal ?

A 4

Aufgabe 4

(a) Bestimmen Sie die 1. und 2. Ableitung der Funktion $f(x) = x\cdot\sqrt{x}\cdot\ln(x)$.

(b) Ermitteln Sie für die Funktion f das Taylorpolynom 2. Grades, entwickelt an der Stelle $x_0 = 1$.

Aufgabe 5

(a) Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der Funktionen $g(x) = \sqrt{\sin(x^2 + 1)}$ und $h(x) = \ln(1 + e^{x^2+1})$.

(b) Ermitteln Sie für die Funktion $f(x) = x^3 + x^2 + 63x + 63$ mit Hilfe des Newton-Verfahrens ausgehend vom Startwert $x_0 = 3$ die beiden Iterationen x_1 und x_2 .

Aufgabe 6

Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y) = -3x^2+2y^3+6(xy+x-y)+1$ auf lokale Extrema bzw. Sattelpunkte.

Aufgabe 7

(a) Ist die Funktion $f(x,y) = (x+y)\cdot\sqrt{\dfrac{2x^3+y^3}{x+2y}}$ homogen? Wenn ja, von welchem Grade? (Rechnung!)

(b) Bestimmen Sie die beiden partiellen Elastizitäten!

(c) Um wie viel % ändert sich der aktuelle Funktionswert $f(x_0, y_0)$ für $x_0 = y_0 = 2$ näherungsweise, wenn jede Variable ceteris paribus um 3 % erhöht wird?

(d) Um wie viel % ändert sich der aktuelle Funktionswert exakt, wenn beide Variablen gleichzeitig um 3 % erhöht werden?

A 8

Aufgabe 8

Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f(x,y) = (x-2)^2 + (y-1)^2$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 5$.

A 9

Aufgabe 9

Berechnen Sie das Integral $\int_0^1 \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} + 4xy + 5\sqrt[3]{y^2}\ \mathrm{d}y\ \mathrm{d}x.$