

RUHR - UNIVERSITÄT BOCHUM

Fakultät für Wirtschaftswissenschaft



KLAUSUR Mathematik für Ökonomen I

19.07.1992 (SS 93)

Name	
Vorname	
Teilnehmer-Nr.	

Zur Beachtung

Die Klausur umfaßt 9 Aufgaben; pro Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.

Es haben nur solche Lösungen Anspruch auf Wertung, aus denen der Lösungsweg klar ersichtlich ist.

Die endgültige Lösung muß auf das jeweilige Aufgabenblatt oder die betreffende Rückseite geschrieben werden.

Hilfsmittel: Taschenrechner

Bitte nicht ausfüllen

Punkte	Note	Unterschrift
--------	------	--------------

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe
		1

Aufgabe 1:

Ein Index für den Lebensstandard eines Landes weist für das Land A den Wert 100 auf, für das Land B den Wert 50.

- (a) Wieviel Jahre dauert es, bis das Land B bei einer *stetigen* Steigerung des Lebensstandards um 3,5 % ebenfalls den Indexwert 100 erreicht?
- (b) Für die nächsten 20 Jahre betrage die *stetige* Steigerung des Standards in Land A 2 % . Welches *stetige* Wachstum muß das Land B erreichen, damit in 20 Jahren beide Länder den gleichen Standard aufweisen?

Lösung zu Aufgabe 1:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 2
-------------------	---------------	----------------------

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie -sofern existent- die globalen Extrema der Funktion

$$f(x) = \frac{x-2}{(x-1)^2} \quad !$$

Hinweis: Die in der nachstehenden Tabelle berechneten Funktionswerte ermöglichen Ihnen einen schnellen Überblick über den Verlauf des Funktionsgraphen!

x	-3	-2	-1	0	0,5	0,9	1,1	1,5	2	3	4	5
$f(x)$	-0,31	-0,44	-0,75	-2	-6	-110	-90	-2	0	0,25	0,22	0,19

Lösung zu Aufgabe 2:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe
		3

Aufgabe 3:

Für ein Produkt sei die Nachfragemenge x in Abhängigkeit seines Verkaufspreises p gegeben durch

$$x(p) = \frac{900}{(p+1)^2} \quad .$$

Die Produktionskosten K in Abhängigkeit der hergestellten Menge x belaufen sich auf

$$K(x) = 50 + 10\sqrt{x} \quad .$$

(a) Bei welchem Preis p_0 wird der Gewinn maximal?

(Voraussetzung: hergestellte Menge = nachgefragte Menge!)

(b) Wie hoch sind Nachfrage, Kosten und Gewinn für diesen Preis p_0 ?

Lösung zu Aufgabe 3:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe
		4

Aufgabe 4:

Nähern Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{e^x}{1+x}$$

an der Stelle $x_0 = 0$ durch ein Taylorpolynom 2. Grades an!

Lösung zu Aufgabe 4:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 5
-------------------	---------------	----------------------------

Aufgabe 5:

Bestimmen Sie näherungsweise die Nullstelle der Funktion

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 8x - 16,$$

indem Sie 3 Iterationen mit Hilfe des Newton-Verfahrens durchführen, beginnend mit $x_0 = 2$.

Geben Sie x_1 , x_2 und x_3 auf 2 Nachkommastellen genau an!

Überprüfen Sie die Richtigkeit Ihrer Rechnung, indem Sie $f(x_3)$ bestimmen!

Lösung zu Aufgabe 5:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe
		6

Aufgabe 6:

Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}y^2 + xy - x + y + 1$$

auf lokale Extrema und Sattelpunkte!

Lösung zu Aufgabe 6:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe
		7

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y, z) = \frac{(x+y)(x+z)^2}{(y+z)^3}$$

- (a) Ist die Funktion homogen? Wenn ja, von welchem Grade?
- (b) Bestimmen Sie die drei partiellen Elastizitäten!
- (c) Um wieviel % ändert sich der aktuelle Wert $f(x_0, y_0, z_0)$ für $(x_0, y_0, z_0) = (100, 100, 100)$ näherungsweise, wenn jeweils ceteris paribus x_0 , y_0 bzw. z_0 um 2 % erhöht werden?
- (d) Um wieviel % ändert sich der aktuelle Wert exakt, wenn x_0 , y_0 und z_0 gleichzeitig um 2 % erhöht werden?

Lösung zu Aufgabe 7:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 8
-------------------	---------------	----------------------------

Aufgabe 8:

Gegeben sei die Produktionsfunktion

$$f(x, y) = \sqrt{7x^2 + y^2 + xy} .$$

Die aktuelle Produktion sei $(x_0, y_0) = (40, 40)$.

Wieviel Einheiten von y können (näherungsweise) durch den zusätzlichen Einsatz einer Einheit von x substituiert werden, wenn die Produktion konstant bleiben soll?

Lösung zu Aufgabe 8:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 9
-------------------	---------------	----------------------------

Aufgabe 9:

Berechnen Sie

$$\int_1^e \int_2^3 \frac{2x}{y} dx dy ,$$

wobei $e = 2,718\dots$ die Eulersche Zahl ist.

Lösung zu Aufgabe 9: