RUHR - UNIVERSITÄT BOCHUM

Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

KLAUSUR

Mathematik für Ökonomen

Analysis

14.07.1995 (SS 95)

Name	
Vorname	
Teilnehmer-Nr.	

Zur Beachtung

Die Klausur umfaßt 9 Aufgaben; pro Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.
Es haben nur solche Lösungen Anspruch auf Wertung, aus denen der Lösungsweg klar ersichtlich ist.

Die endgültige Lösung muß auf das jeweilige Aufgabenblatt oder die betreffende Rückseite geschrieben werden.

Hilfsmittel: keine

Bitte nicht ausfüllen

Punkte	Note	Unterschrift

Aufgabe 1	Punkte

Aufgabe 1

Zu Beginn eines Jahres wird einmalig ein Betrag von K DM auf ein Bausparkonto eingezahlt, in den folgenden Jahren jeweils ein Betrag von E DM. Die Verzinsung beträgt p %, der Zinsfaktor $q = 1 + \frac{p}{100}$. Die Zinsen werden dem Konto am Ende jeden Jahres gutgeschrieben.

(a) Wie hoch ist das Guthaben am Ende des ersten, zweiten, dritten und vierten Jahres?

(b) Wie hoch ist das Guthaben am Ende des n-ten Jahres?

Lösung zu Aufgabe 1:

Aufgabe 2	Punkte

Aufgabe 2

Bestimmen Sie - sofern existent - die globalen Extrema der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} f_l(x) = (x-1)^2 & \text{für } x \le 0 \\ f_r(x) = (x+1)^2 & \text{für } x > 0 \end{cases} \quad !$$

Lösung zu Aufgabe 2:

Aufgabe 3

Aufgabe 3	Punkte

Die Nachfragemenge x eines Produktes in Abhängigkeit seines Preises p sei $x(p) = \frac{1}{\sqrt[3]{p}} \cdot e^{-p^2}$.

(a) Berechnen Sie die Elastizitäten von Nachfrage und Umsatz bezüglich des Preises!

(b) Um wieviel % ändern sich Nachfrage und Umsatz approximativ, wenn der Preis von $p_0 = 1$ DM um 3 % gesenkt wird?

Lösung zu Aufgabe 3:

Aufgabe 4	Punkte

Aufgabe 4

Nähern Sie die Funktion $f(x) = e^{x} \cdot \ln(x+1)$ an der Stelle $x_0 = 0$ durch ein Taylorpolynom 2. Grades an!

Lösung zu Aufgabe 4:

Aufgabe 5	Punkte

Aufgabe 5

(a) Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der drei Funktionen

$f(x) = x^4 - x^2 + 2$, $g(x) = \sqrt[3]{x^2+1}$, $h(x) = \ln(x^3+1) + e^{2x} - 1$!

(b) Geben Sie die allgemeine Iterationsformel für das Newton-Verfahren an!

(c) Bei der Berechnung von Nullstellen einer Funktion $f(x)$ mit Hilfe des Newton-Verfahrens ergibt sich ein Versuchspunkt $x_n = -1$ mit $f(x_n) = 10$ und $f'(x_n) = -5$. Ermitteln Sie den nächsten Versuchspunkt x_{n+1} !

Lösung zu Aufgabe 5:

Aufgabe 6	Punkte

Aufgabe 6

(a) Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix der Funktion $f(x,y) = x^2y + 2xy + y^2 + 1$.

(b) $(-1; \frac{1}{2})$ ist ein kritischer Punkt der obigen Funktion und besitzt die Hesse-Matrix $\mathbf{H}_f(-1; \frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Handelt es sich bei diesem Punkt um ein lokales Minimum, ein lokales Maximum oder einen Sattelpunkt? (Begründung!)

Lösung zu Aufgabe 6:

Aufgabe 7	Punkte

Aufgabe 7

(a) Bestimmen Sie die totale Ableitung $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$ für $f(x,y) = x \cdot e^{y} - y \cdot \ln(x)$ mit $x(t) = t^2 - 1$ und $y(t) = t^3 + 1$!

(b) Ermitteln Sie die Steigung $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ der impliziten Funktion $x^3 = 2xy^2 - 3y + 2$ in dem Punkt $(x_0, y_0) = (1, 1)$!

Lösung zu Aufgabe 7:

Aufgabe 8	Punkte

Aufgabe 8

Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f(x,y) = 2x+3y$ unter der Nebenbedingung $x^2 + 3y^2 = 7$ mit Hilfe des Lagrange-Ansatzes.

Lösung zu Aufgabe 8:

Aufgabe 9	Punkte

Aufgabe 9

Berechnen Sie das Integral $\int_0^{\frac{1}{e+1}} \int_1^e 4xy + \frac{2}{y} \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}x$, wobei $e = 2{,}718..$ die Eulersche Zahl ist !

Lösung zu Aufgabe 9: