



KLAUSUR

Mathematik für Ökonomen

Analysis

12.7.1996 (SS 96)

Name	
Vorname	
Teilnehmer-Nr.	

Zur Beachtung

Die Klausur umfaßt 9 Aufgaben; pro Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.

Es haben nur solche Lösungen Anspruch auf Wertung, aus denen der Lösungsweg klar ersichtlich ist.

Die endgültige Lösung muß auf das jeweilige Aufgabenblatt oder die betreffende Rückseite geschrieben werden.

Hilfsmittel: keine

Bitte nicht ausfüllen

Punkte	Note	Unterschrift
--------	------	--------------



Aufgabe 1

Eine Aktie wird für 1000 DM erworben.

- Wie hoch ist der Wert der Aktie nach 6 Jahren, wenn in dieser Zeit mit einer stetigen Wertsteigerung von 2% gerechnet werden kann ?
- Am Ende jeden Jahres erhält man 40 DM Dividende ausgezahlt. Die Dividende wird auf einem Extrakonto mit 5%iger Verzinsung und jährlicher Zinsgutschrift angelegt. Welcher Betrag steht auf diesem Konto am Ende des 6. Jahres zur Verfügung ?
- Welche Rendite (effektive Verzinsung) erzielt man insgesamt mit dem Erwerb der Aktie ?

Lösung:

$e^{0,12} = 1,12750$	$1,02^6 = 1,12616$	$\frac{1,02^6 - 1}{0,02} = 6,30812$	$6 e^{0,02} = 6,1212$	$1,06^2 = 1,1236$	$6 \ln(1,02) = 0,1188$
$40 e^{0,3} = 53,99$	$40 \cdot 1,05 = 42$	$42 \cdot 6 = 252$	$42 \cdot \frac{1,05^6 - 1}{0,05} = 285,68$	$40 \cdot 1,06^6 = 53,60$	$40 \cdot \frac{1,05^6 - 1}{0,05} = 272,08$
$\sqrt[6]{1,39824} = 1,0575$	$\sqrt[6]{1,39958} = 1,0576$	$\sqrt[6]{1,41184} = 1,0592$	$\sqrt[6]{1,41318} = 1,0593$	$\ln(400) = 5,99$	$\ln(1399,58) = 7,24$

**Aufgabe 2**

Bestimmen Sie – sofern existent – die globalen Extrema der Funktion $f(x) = \begin{cases} f_1(x) = (x+3)^2 & x \leq -2 \\ f_2(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3 & \text{für } -2 < x < 1 \\ f_3(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4 & x \geq 1 \end{cases}$

Lösung:

**Aufgabe 3**

Für ein Produkt sei die Nachfragemenge x in Abhängigkeit seines Verkaufspreises p gegeben durch

$$x(p) = e^{10-p}.$$

Die Produktionskosten K in Abhängigkeit der hergestellten Menge x belaufen sich auf

$$K(x) = 1000 + x.$$

Bei welchem Preis p_0 wird der Gewinn maximal? Wie hoch ist dieser Gewinn?

(Voraussetzung: hergestellte Menge = nachgefragte Menge !)

Lösung:

$e^2 = 7,4$	$e^4 = 54,6$	$e^6 = 403,4$	$e^8 = 2981,0$	$e^{10} = 22026,5$
-------------	--------------	---------------	----------------	--------------------

Aufgabe 4

Nähern Sie die Funktion $f(x) = (x^5 - 1) \cdot (x^3 - 1)$ an der Stelle $x_0 = 1$ durch ein Taylorpolynom 2. Grades an!

Lösung:

**Aufgabe 5**

- (a) Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der drei Funktionen

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 36x - 72, \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}, \quad h(x) = e^{2x+1} - \ln(x^3 + 1) + 5 !$$

- (b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens ausgehend vom Startwert $x_0 = 0$ für die obige Funktion f die beiden Iterationen x_1 und x_2 !

Lösung:

**Aufgabe 6**

Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^3 - xy + x - y - 1$ auf lokale Extrema und Sattelpunkte!

Lösung:

**Aufgabe 7**

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = \sqrt{x^4 + 2xy^3}$.

- (a) Ist die Funktion homogen? Wenn ja, von welchem Grade?
- (b) Bestimmen Sie die beiden partiellen Elastizitäten!
- (c) Um wieviel % ändert sich der aktuelle Funktionswert $f(x_0, y_0)$ für $x_0 = y_0$ näherungsweise, wenn jede Variable ceteris paribus um 3 % erhöht wird?
- (d) Um wieviel % ändert sich der aktuelle Funktionswert exakt, wenn beide Variablen gleichzeitig um 3 % erhöht werden?

Lösung:

Aufgabe 8

Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f(x, y) = 4x + 2y$ unter der Nebenbedingung $x^2 + \frac{1}{4}y^2 - 2x - 2y = 3$!

Lösung:

**Aufgabe 9**

Berechnen Sie das Integral $\int_1^8 \int_1^2 \frac{6x^2}{7\sqrt[3]{y}} dx dy$!

Lösung: