RUHR - UNIVERSITÄT BOCHUM
Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

KLAUSUR

Mathematik für Ökonomen
Analysis
8.2.2002 (WS 2001/2002)

Name	
Vorname	
Teilnehmer-Nr.	

Zur Beachtung

Die Klausur umfaßt 9 Aufgaben; pro Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.
Es haben nur solche Lösungen Anspruch auf Wertung, aus denen der Lösungsweg klar ersichtlich ist.

Dauer der Klausur: 90 Minuten

Hilfsmittel: keine

Bitte nicht ausfüllen

Punkte	Note	Unterschrift

A 1

Aufgabe 1

(a) Ein Betrag K wird einmalig auf ein Konto eingezahlt. Die Zinsen werden dem Konto am Ende jeden Quartals gutgeschrieben. Nach 20 Jahren hat sich das Kapital vervierfacht. Wie hoch war der Zinssatz p ?

(b) Wie viele Jahre dauert es, bis der Wert einer Währung auf ein $\frac{1}{4}$ des Ausgangswertes geschrumpft ist, wenn mit einer stetigen Inflation von 2% gerechnet werden muß ?

$5 \cdot \ln(4) = 6{,}93$	$\sqrt[20]{4} = 1{,}0718$	$\sqrt[80]{4} = 1{,}0175$	$\frac{\ln(4)}{\ln(1{,}02)} = 70$	$\frac{\ln(1+\frac{4}{51})}{\ln(1{,}02)} = 3{,}81$	$20 \cdot e^{0{,}25} = 25{,}7$

A 2

Aufgabe 2

Bestimmen Sie – sofern existent – die globalen Extrema der Funktion $f(x) = \begin{cases} f_l(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 6 & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \\ f_r(x) = 2^{\frac{x+1}{x-1}} & \text{für } 2 < x \leq 3 \end{cases}$.

Aufgabe 3

Die Nachfragemenge x eines Produktes in Abhängigkeit seines Preises p sei gegeben durch $x(p) = \dfrac{e^{2-p^2}}{\sqrt[3]{p^2+1}}$.

(a) Berechnen Sie die Elastizitäten von Nachfrage und Umsatz bezüglich des Preises.

(b) Um wie viel % ändern sich Nachfrage und Umsatz approximativ, wenn der Preis $p_0 = 1$ um 3 % gesenkt wird?

Aufgabe 4

(a) Bestimmen Sie die 1. und 2. Ableitung der Funktion $f(x) = \sin(x^2 - 1) \cdot \cos(x^2 - 1)$.

(b) Nähern Sie die Funktion f an der Stelle $x_0 = 1$ durch ein Taylorpolynom 2. Grades an.

Aufgabe 5

(a) Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der Funktionen

$g(x) = e^{4^x - x^4}$, $\qquad h(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}$, $\qquad f(x) = x^3 - x^2 + x + 3$.

(b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens ausgehend vom Startwert $x_0 = 2$ für die obige Funktion f die beiden Iterationswerte x_1 und x_2 .

Aufgabe 6

Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y) = -12\ln(x)+xy^2+3x-6y+1$ auf lokale Extrema bzw. Sattelpunkte.

A 7

Aufgabe 7

(a) Bestimmen Sie für die Funktion $f(x,y) = (3x-4y)^5$ mit $x(t) = \ln(t^2+1)$ und $y(t) = \sqrt{t^3}$ die totale Ableitung $\frac{df}{dt}$.

(b) Ermitteln Sie die Steigung $\frac{dy}{dx}$ der impliziten Funktion $x^5y^2+x^2 = xy^5+y+1$ im Punkt $(x_0, y_0) = (1; 0)$.

Aufgabe 8

Gesucht sind die lokalen Extrema der Funktion $f(x, y) = xy^2 + 2xy - 3y + x - 1$
unter der Nebenbedingung $x^3 - y^3 = 1 + 3x^2y - 3xy^2$.

(a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion $L(x, y, \lambda)$ auf und bestimmen Sie für diese Funktion alle notwendigen partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung.

(b) $(x_0 ; y_0) = (1 ; 0)$ und $(x_1 ; y_1) = (-1 ; -2)$ sind kritische Punkte von L. Berechnen Sie λ_0 und λ_1 .

(c) Bestimmen Sie die beiden Hesse-Matrizen $\mathbf{H}_L(x_0 ; y_0 ; \lambda_0)$ und $\mathbf{H}_L(x_1 ; y_1 ; \lambda_1)$.

(d) Handelt es bei den kritischen Punkten um lokale Minima oder lokale Maxima der Funktion f unter der Nebenbedingung? (Begründung!)

Aufgabe 9

Berechnen Sie das Integral $\int_1^3 \int_0^3 xy^2 - \frac{1}{x^2} \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}x.$