



KLAUSUR

Mathematik für Ökonomen
Analysis
5.2.2005 (WS 2004/2005)

Name	
Vorname	
Teilnehmer-Nr.	
Unterschrift	

Zur Beachtung

Die Klausur umfasst 9 Aufgaben; pro Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.

Es haben nur solche Lösungen Anspruch auf Wertung, aus denen der Lösungsweg klar ersichtlich ist.

Dauer der Klausur: 90 Minuten

Hilfsmittel: keine

Bitte nicht ausfüllen

Punkte	Note	Unterschrift
--------	------	--------------

Aufgabe 1

A 1



- (a) Ein Betrag K wird *einmalig* auf ein Konto mit *monatlicher* Zinsgutschrift eingezahlt. Nach 15 Jahren hat sich das Kapital verdreifacht. Wie hoch war der Zinssatz p ?
- (b) Wie viele Jahre dauert es, bis der Wert einer Wahrung auf ein $\frac{1}{3}$ des Ausgangswertes geschrumpft ist, wenn mit einer *stetigen* Inflation von 2,5% gerechnet werden muss ?

$\ln(3) = 1,1$	$\sqrt[15]{3} = 1,076$	$\sqrt[180]{3} = 1,00612$	$12 \cdot 0,612 = 7,34$	$e^{0,18} = 1,2$	$\ln(180) = 5,19$
----------------	------------------------	---------------------------	-------------------------	------------------	-------------------

Aufgabe 2

A 2



Bestimmen Sie – sofern existent –
die globalen Extrema der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) = \frac{x-1}{x+1} & x \leq -2 \\ f_2(x) = -\frac{1}{28}x^4 + \frac{9}{14}x^2 + 1 & \text{für } -2 < x < 2. \\ f_3(x) = \frac{x+1}{x-1} & x \geq 2 \end{cases}$$

Aufgabe 3

A 3



Der Verkaufspreis eines Produktes beträgt 14 € pro Stück; die Produktionskosten K in Abhängigkeit der hergestellten Menge x sind gegeben durch die Funktion $K(x) = x \cdot \sqrt[4]{x^3} + 16$.

Bei welcher Produktionsmenge x_0 wird der Gewinn maximal ?

Aufgabe 4



- (a) Bestimmen Sie für $f(x) = \frac{1 - \cos(x)}{x}$ die 1. Ableitung $f'(x)$.
- (b) Berechnen Sie für $x_0 = 0$ die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x)$.
- (c) Ermitteln Sie für die Funktion f das Taylorpolynom 1. Grades, entwickelt an der Stelle $x_0 = 0$.

Aufgabe 5

A 5



- (a) Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der Funktionen $g(x) = (x^2 + 1)^{(x^2+1)}$ und $h(x) = \sqrt[3]{2^{x+\sin(x)}}$.
- (b) Ermitteln Sie für die Funktion $f(x) = x^3 - 5x^2 + 28x - 24$ mit Hilfe des Newton-Verfahrens ausgehend vom Startwert $x_0 = 4$ die beiden Iterationen x_1 und x_2 .

Aufgabe 6

A 6



Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y) = 2x^3 - 3(y-1)^2 + 6x(y-1) + 9$ auf lokale Extrema bzw. Sattelpunkte.

Aufgabe 7

A 7



- (a) Ist die Funktion $f(x, y) = x \cdot \sqrt[3]{\frac{y^4}{x+2y}}$ homogen? Wenn ja, von welchem Grade? (Rechnung!)
- (b) Bestimmen Sie die beiden partiellen Elastizitäten.
- (c) Um wie viel % ändert sich der aktuelle Funktionswert $f(x_0, y_0)$ für $(x_0 ; y_0) = (6 ; 2)$ näherungsweise, wenn jede Variable ceteris paribus um 5 % erhöht wird?
- (d) Um wie viel % ändert sich der aktuelle Funktionswert exakt, wenn beide Variablen gleichzeitig um 5 % erhöht werden?

Aufgabe 8

A 8



Bestimmen Sie mit Hilfe des Lagrange-Ansatzes die lokalen Extrema der Funktion unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 25$.

$$f(x, y) = (x-4)^2 + (y-3)^2$$

Aufgabe 9

A 9



Berechnen Sie das Integral $\int_1^e \int_1^4 15\sqrt{y^3} + 2\frac{y}{x} + \frac{8}{y^2} - \frac{4}{x} - 64 \, dy \, dx$.