RUHR - UNIVERSITÄT BOCHUM

Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

KLAUSUR Mathematik für Ökonomen I

08.02.1993 (WS 92/93)

Name	
Vorname	
Teilnehmer-Nr.	

Zur Beachtung

Die Klausur umfaßt 9 Aufgaben; pro Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.
Es haben nur solche Lösungen Anspruch auf Wertung, aus denen der Lösungsweg klar ersichtlich ist.

Die endgültige Lösung muß auf das jeweilige Aufgabenblatt oder die betreffende Rückseite geschrieben werden.

Hilfsmittel: Taschenrechner

Bitte nicht ausfüllen

Punkte	Note	Unterschrift

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 1

Aufgabe 1:

Zu Beginn eines jeden Jahres werden 3.000 DM auf ein Bausparkonto eingezahlt.
Die Verzinsung beträgt 3 % .
Am Ende jeden Jahres werden die Zinsen dem Konto gutgeschrieben.

(a) Wie hoch ist das Guthaben am Ende des sechsten Jahres?

(b) Nach wieviel Jahren sind 35.000 DM angespart?

Hinweis: Bei der geometrischen Reihe gilt $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

Lösung zu Aufgabe 1:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 2

Aufgabe 2:

Gegeben sei die stückweise definierte Funktion

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{für } 0 \le x \le 3 \\ f_2(x) & \text{für } 3 < x \le 4 \\ f_3(x) & \text{für } 4 < x \le 6 \end{cases}$$

mit $f_1(x) = -x^2 + 2x + 2$, $f_2(x) = 11 - 4x$ und $f_3(x) = -9 + x$.

(a) Ist $f(x)$ in den Punkten $x_0 = 3$ und $x_1 = 4$ stetig und differenzierbar? (Begründung!)

(b) Bestimmen Sie -sofern existent- die globalen Extrema von $f(x)$!

Lösung zu Aufgabe 2:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 3

Aufgabe 3:

Der Verkaufspreis eines Produktes beträgt 15 DM pro Stück;

die Produktionskosten K in Abhängigkeit der hergestellten Menge x belaufen sich auf

$$K(x) = x \cdot \sqrt{x} + 400 \quad .$$

(a) Bei welcher Produktionsmenge wird der Gewinn maximal?

(b) Wie hoch ist dieser Gewinn?

Lösung zu Aufgabe 3:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 4

Aufgabe 4:

Nähern Sie die Funktion

$$f(x) = 2x \cdot e^{1-x}$$

im Punkt $x_0 = 1$ durch ein Taylorpolynom 2. Grades an!

Lösung zu Aufgabe 4:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 5

Aufgabe 5:

Bestimmen Sie näherungsweise eine Nullstelle der Funktion

$$f(x) = e^{2x-4} - (3-x)^2 \quad ,$$

indem Sie 3 Iterationen mit Hilfe des Newton-Verfahrens durchführen, beginnend mit $x_0 = 3$!
Geben Sie x_1 , x_2 und x_3 auf 2 Nachkommastellen genau an!
Überprüfen Sie die Richtigkeit Ihrer Rechnung, indem Sie $f(x_3)$ bestimmen!

Lösung zu Aufgabe 5:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 6

Aufgabe 6:

Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x, y) = \ln(\frac{2y}{x+1}) + y(x-1) + 2$$

auf lokale Extrema und Sattelpunkte!

Lösung zu Aufgabe 6:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 7

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = \frac{x}{y}\sqrt{x^2 + y^2}$$

(a) Ist die Funktion homogen? Wenn ja, von welchem Grade?

(b) Bestimmen Sie die beiden partiellen Elastizitäten!

(c) Um wieviel % ändert sich der aktuelle Wert $f(x_0, y_0)$ für $(x_0,y_0) = (4, 8)$ näherungsweise, wenn jeweils ceteris paribus x_0 bzw. y_0 um 5 % erhöht werden?

(d) Um wieviel % ändert sich der aktuelle Wert exakt, wenn x_0 und y_0 gleichzeitig um 5 % erhöht werden?

Lösung zu Aufgabe 7:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 8

Aufgabe 8:

Bestimmen Sie mögliche lokale Extrema der Funktion

$$f(x, y) = -x^2 - y^2 + 4$$

unter der Nebenbedingung

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$$

mit Hilfe der Lagrange-Methode.

Lösung zu Aufgabe 8:

Teiln.-Nr.	Punkte	Aufgabe 9

Aufgabe 9:

Berechnen Sie

$$\int_0^1\int_1^2 6yx^2 - 6xy^2 - 1dxdy \quad !$$

Lösung zu Aufgabe 9: