RUHR - UNIVERSITÄT BOCHUM

Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

KLAUSUR

Mathematik für Ökonomen

Analysis

14.2.1997 (WS 96/97)

Name	
Vorname	
Teilnehmer-Nr.	

Zur Beachtung

Die Klausur umfaßt 9 Aufgaben; pro Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.
Es haben nur solche Lösungen Anspruch auf Wertung, aus denen der Lösungsweg klar ersichtlich ist.

Die endgültige Lösung muß auf das jeweilige Aufgabenblatt oder die betreffende Rückseite geschrieben werden.

Hilfsmittel: keine

Bitte nicht ausfüllen

Punkte	Note	Unterschrift

Punkte 1

Aufgabe 1

Zu Beginn eines jeden Quartals werden 100 DM auf ein Konto eingezahlt. Die Verzinsung beträgt 4 % pro Jahr.
Am Ende jeden Quartals werden die Zinsen dem Konto gutgeschrieben.

(a) Wie hoch ist das Guthaben nach 5 Jahren?

(b) Nach wieviel Quartalen sind 4.000 DM angespart?

Lösung:

$416\cdot\frac{1{,}04^5-1}{0{,}04} = 2253{,}19$	$2000\cdot 1{,}04^5 = 2433{,}31$	$100\cdot\frac{1{,}04^{20}-1}{0{,}04} = 2977{,}81$	$2000\cdot 1{,}01^{20} = 2440{,}38$	$101\cdot\frac{1{,}01^{20}-1}{0{,}01} = 2223{,}92$	$2000\, e^{0{,}2} = 2442{,}81$
$\frac{\ln(\frac{40}{104}+1)}{\ln(1{,}04)} = 8{,}30$	$\frac{\ln(4)}{\ln(1{,}04)} = 35{,}35$	$\frac{4000}{100} = 40$	$\frac{\ln(\frac{40}{101}+1)}{\ln(1{,}01)} = 33{,}53$	$\frac{\ln(1{,}4)}{\ln(1{,}01)} = 33{,}82$	$10\cdot\ln(40) = 36{,}89$

Punkte 2

Aufgabe 2

Bestimmen Sie – sofern existent – die globalen Extrema der Funktion $f(x) = \begin{cases} f_l(x) = e^{-x} & \text{für} \quad x \le 0 \\ f_r(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 & \phantom{\text{für}} \quad x > 0 \end{cases}$!

Lösung:

Punkte 3

Aufgabe 3

Der Gewinn eines Unternehmens in Abhängigkeit der hergestellten Menge x eines Produktes sei gegeben durch

$$G(x) = 1000\, e^{-\frac{(x-100)^2}{3200}} .$$

(a) Berechnen Sie die Elastizitäten von Gewinn und Stückgewinn bezüglich der hergestellten Menge x !

(b) Um wieviel Prozent ändern sich Gewinn bzw. Stückgewinn approximativ,
wenn die Produktionsmenge $x_0 = 80$ um 1 % erhöht wird?

Lösung:

Punkte 4

Aufgabe 4

Nähern Sie die Funktion $f(x) = (x \cdot \ln(x))^2$ an der Stelle $x_0 = 1$ durch ein Taylorpolynom 2. Grades an!

Lösung:

Punkte 5

Aufgabe 5

(a) Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der drei Funktionen

$f(x) = x^3 - 13x^2 - 45x + 225$, $g(x) = \sqrt[3]{(3x+1)^2}$, $h(x) = 3^{x^2+1} - e^{2x-1} + 4$!

(b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens ausgehend vom Startwert $x_0 = 0$ für die obige Funktion f die beiden Iterationen x_1 und x_2 !

Lösung:

Punkte 6

Aufgabe 6

Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y) = x^3 + \frac{3}{2}(y-1)^2 - 3x(y-1) + 2$ auf lokale Extrema und Sattelpunkte!

Lösung:

Punkte 7

Aufgabe 7

(a) Bestimmen Sie die beiden partiellen Ableitungen 1. Ordnung der Funktion $f(x,y) = (2x+y)^{(2x+y)} - 3$!

(b) Ermitteln Sie die Steigung $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ der impliziten Funktion $(2x+y)^{(2x+y)} = 3$!

Lösung:

Punkte 8

Aufgabe 8

Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktion $f(x, y) = (x-1)^2 + (y-2)^2$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 5$ mit Hilfe des Lagrange-Ansatzes!

Lösung:

Punkte 9

Aufgabe 9

Berechnen Sie das Integral $\int_1^2 \int_0^1 9x^2y^2 - 4xy + 1 \quad \mathrm{d}y \, \mathrm{d}x$!

Lösung: