RUHR - UNIVERSITÄT BOCHUM

Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

KLAUSUR

Mathematik für Ökonomen

Analysis

7.2.1998 (WS 97/98)

Name	
Vorname	
Teilnehmer-Nr.	

Zur Beachtung

Die Klausur umfaßt 9 Aufgaben; pro Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.
Es haben nur solche Lösungen Anspruch auf Wertung, aus denen der Lösungsweg klar ersichtlich ist.

Die endgültige Lösung muß auf das jeweilige Aufgabenblatt oder die betreffende Rückseite geschrieben werden.

Hilfsmittel: keine

Bitte nicht ausfüllen

Punkte	Note	Unterschrift

Aufgabe 1

Auf ein Bausparkonto wird nach Vertragsabschluß einmalig ein Betrag von K DM am Monatsanfang eingezahlt, danach zu Beginn jeden weiteren Monats ein Betrag von E DM. Die Verzinsung beträgt p % nominal. Die Zinsen werden dem Konto am Ende jeden Monats gutgeschrieben.

(a) Wie lautet allgemein die Formel zur Berechnung des Guthabens nach n Monaten für diese Sparform ?

(b) Wie hoch ist das Guthaben für $K = 1000$, $E = 100$ und $p = 3$ am Ende des 4. Jahres ?

(c) Stellen Sie die Formel aus (a) nach n um!

(d) Nach wieviel Monaten sind 10000 DM angespart ?

Lösung:

$1{,}03^4 = 1{,}12551$	$1{,}03^{47} = 4{,}01190$	$1{,}03^{48} = 4{,}13225$	$5700 \cdot 1{,}03^4 = 6415{,}40$	$1{,}0025^{48} = 1{,}12733$	$401 \cdot (1{,}0025^{47} - 1) = 49{,}9312$
$\frac{\ln(\frac{501}{410})}{\ln(1{,}0025)} = 80{,}28$	$\frac{\ln(\frac{501}{411})}{\ln(1{,}0025)} = 79{,}30$	$\frac{\ln(\frac{403}{133})}{\ln(1{,}03)} = 37{,}50$	$\ln(6415{,}40) = 8{,}77$	$\frac{\ln(\frac{10000}{1027{,}33})}{\ln(1{,}03)} = 73{,}84$	$\frac{\ln(\frac{403}{130})}{\ln(1{,}03)} = 38{,}28$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie – sofern existent – die globalen Extrema der Funktion $f(x) = \begin{cases} f_l(x) = e^x & \text{für } x \le 0 \\ f_r(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 1 & \text{für } x > 0 \end{cases}$.

Lösung:

Aufgabe 3

Der Verkaufspreis eines Produktes beträgt p DM pro Stück; die Produktionskosten K in Abhängigkeit der hergestellten Menge x belaufen sich auf $K(x) = x^{1+a} + b$, $a, b > 0$. Bei welcher Produktionsmenge x_0 wird der Gewinn maximal ?

Lösung:

Aufgabe 4

Nähern Sie die Funktion $f(x) = \sin(e^x - 1)$ an der Stelle $x_0 = 0$ durch ein Taylorpolynom 2. Grades an.

Lösung:

Aufgabe 5

(a) Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der drei Funktionen

$f(x) = x^3 - 19x^2 + 19x + 255$, $\qquad g(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$, $\qquad h(x) = \ln(x^3 + 3^x)$.

(b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens ausgehend vom Startwert $x_0 = 2$ für die obige Funktion f die beiden Iterationswerte x_1 und x_2 . (Einige Funktionswerte von f bzw. f' sind in nachstehender Tabelle gegeben.)

x	-7	-4	-2	2	4	7
$f(x)$	-1152	-189	133	225	91	-200
$f'(x)$	432	219	107	-45	-85	-100

Lösung:

Aufgabe 6

Untersuchen Sie die Funktion $f(x,\ y) = 3(x-1)^2 + 2y^3 - 6xy + 6y + 4$ auf lokale Extrema und Sattelpunkte.

Lösung:

Aufgabe 7

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = (x + 2y)\cdot\sqrt{2x^2 + y^2}$.

(a) Ist die Funktion homogen? Wenn ja, von welchem Grade?

(b) Bestimmen Sie die beiden partiellen Elastizitäten!

(c) Um wieviel % ändert sich der aktuelle Funktionswert $f(x_0, y_0)$ für $x_0 = y_0 = 10$ näherungsweise, wenn jede Variable ceteris paribus um 4 % erhöht wird?

(d) Um wieviel % ändert sich der aktuelle Funktionswert exakt, wenn beide Variablen gleichzeitig um 4 % erhöht werden?

Lösung:

Aufgabe 8

Bestimmen Sie mit Hilfe des Lagrange-Ansatzes die lokalen Extrema der Funktion

$f(x, y) = 2x + 6y$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 4x + 6y - 3$.

Lösung:

Aufgabe 9

Berechnen Sie das Integral $\int_1^3 \int_0^3 x^2 y + \frac{1}{y^2} \; \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$.

Lösung: