Maike Buchin
Bernhard Kilgus

Bochum, den 18.10.2019

Präsenzaufgaben zur Vorlesung

Geometrische Approximationsalgorithmen

WS 19/20

Blatt 1

Aufgabe 1.1 (Closest Pair)
Gegeben sei eine Menge P von n Punkten in der Ebene. Entwickle einen Teile und Herrsche Algorithmus mit einer Laufzeit von $O(n \log n)$, der ein Paar $\{p, q\} \subset P$ mit kleinstem (euklidischen) Abstand ausgibt.

Aufgabe 1.2 (Smallest Enclosing Disk)
Betrachte folgenden Algorithmus zum Berechnen einer smallest enclosing disk (SED).

SED($P = \{p_1, \ldots, p_n\}$)
  if $n \leq 3$ then $D_n \leftarrow$ smallest enclosing disk(P)
  else
    P$\leftarrow$ RandomPermute(P)
    $D_2 \leftarrow$ SED($\{p_1, p_2\}$)
    for $i = 3$ to n do
      if $p_i \in D_{i-1}$ then $D_i \leftarrow D_{i-1}$
      else $D_i \leftarrow$ SEDwith1Point($\{p_1, \ldots, p_{i-1}\}, p_i$)
  return D_n

SEDwith1Point($P = \{p_1, \ldots, p_{i-1}\}, q$)
  P$\leftarrow$ RandomPermute(P)
  $D_1 \leftarrow$ SED($\{p_1, q\}$)
  for $j = 2$ to $i - 1$ do
    if $p_j \in D_{j-1}$ then $D_j \leftarrow D_{j-1}$
    else $D_j \leftarrow$ SEDwith2Points($\{p_1, \ldots, p_{j-1}\}, p_j, q$)
  return D_{i-1}

SEDwith2Points($P = \{p_1, \ldots, p_{j-1}\}, q_1, q_2$)
  $D_0 \leftarrow$ SED($\{q_1, q_2\}$)
  for $k = 1$ to $j - 1$ do
    if $p_k \in D_{k-1}$ then $D_k \leftarrow D_{k-1}$
    else $D_k \leftarrow$ SED(q_1, q_2, p_k)
  return D_{j-1}

a) Zeige die Korrektheit des Algorithmus.

b) Analysiere die Laufzeit des Algorithmus.